

4. cvičení - Implicitní funkce 1

~~☞~~ = příklady, co byste fakt fakt měli udělat, prosím prosím
Vzorově vyřešené jsou: 1) a), c), d), e), j); 2) a), c), d), e)

Příklad 1. V následujících úlohách ukažte, že uvedená rovnice určuje v jistém okolí předepsaného bodu $[x_0, y_0]$ implicitně zadanou funkci proměnné x . Dále spočtěte její první i druhou derivaci v bodě x_0 . Nakonec napište rovnici tečné přímky ke grafu této funkce v bodě x_0 a určete monotonii a konvexitu dané funkce.

- (a) $2x^4y + x^3 + y^3 + xy = 1, [x_0, y_0] = [1, 0]$.
- (b) ~~☞~~ $x^2 + 2xy^2 + y^4 - y^5 = 0, [x_0, y_0] = [0, 1]$.
- (c) ~~☞~~ $e^{xy} + \sin y + y^2 = 1, [x_0, y_0] = [2, 0]$.
- (d) $\sin(xy) + \cos(xy) = 1, [x_0, y_0] = [\pi, 0]$.
- (e) $\log(x^2 + y^2 + \cos(xy)) + y = 0, [x_0, y_0] = [0, 0]$.
- (f) $\log(x + \arctan y + 1) + xy = 0, [x_0, y_0] = [0, 0]$.
- (g) $x^2y^3 + x^2y^2 + \sin y = 0, [x_0, y_0] = [0, 0]$.
- (h) $\arctan(y - x) + \arctan \frac{y^2}{x} = \frac{\pi}{4}, [x_0, y_0] = [1, 1]$.
- (i) ~~☞~~ $x^y + y^x = 2y, [x_0, y_0] = [1, 1]$.
- (j) ~~☞~~ $e^{\sin x^2} + e^{\sin(xy)} = 2y + 2, [x_0, y_0] = [0, 0]$.
- (k) $\frac{\pi}{2} + \arcsin(x + y^2) = \arccos(x^2 + y), [x_0, y_0] = [0, 0]$.

Příklad 2. V následujících úlohách ukažte, že uvedená rovnice určuje v jistém okolí předepsaného bodu $[x_0, y_0, z_0]$ implicitně zadanou funkci proměnných x a y . Nalezněte rovnici tečné roviny ke grafu této funkce v bodě $[x_0, y_0]$.

- (a) $x^2 + 2y^2 + 3z^2 + xy - z = 9, [x_0, y_0, z_0] = [1, -2, 1]$.
- (a) $x^2 + y^2 + z^2 - 3xyz = 0, [x_0, y_0, z_0] = [1, 1, 1]$.
- (b) ~~☞~~ $\sin(yz) = \frac{x}{z}, [x_0, y_0, z_0] = [1, \frac{\pi}{2}, 1]$.
- (c) ~~☞~~ $-e^{xy} + e^{yz} + e^{xz} = e^{xyz}, [x_0, y_0, z_0] = [0, 2, 0]$.
- (d) $\frac{x}{z} = \log \frac{z}{y}, [x_0, y_0, z_0] = [0, 1, 1]$.
- (e) $\sin(x - y) + x^2yz^2 = 1, [x_0, y_0, z_0] = [1, 1, 1]$.
- (f) ~~☞~~ $\cos(xy + xz + yz - 3) = xyz, [x_0, y_0, z_0] = [1, 1, 1]$.
- (g) $\sin(xyz) + 1 = x^2z, [x_0, y_0, z_0] = [1, 0, 1]$.

